

PROVA PARZIALE DEL 6 GIUGNO 2016

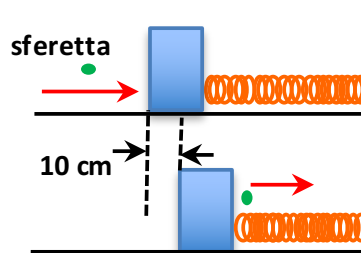
modulo I

July 7, 2016

Si prega di svolgere nella maniera più chiara possibile il compito, di scrivere e risolvere le equazioni in gioco riportando tutti i passaggi e corredandoli di commenti. Riportare solo la formula finale o il risultato numerico corretto non verranno considerati sufficienti.

PROBLEMA 1)

Una sferetta di piombo, di massa 20 g e sparata con velocità iniziale di 200 m/s, attraversa un blocco di massa 1 kg, inizialmente in quiete su una piattaforma orizzontale liscia. Il blocco è connesso ad una molla di costante elastica 900 N/m. Se dopo l'impatto il blocco trasla verso destra di 10 cm comprimendo la molla, calcolare a) la velocità con cui la sferetta esce dal blocco, b) l'energia dissipata nell'urto. c) Se l'urto tra sferetta e blocco fosse completamente anelastico, di quanto verrebbe compressa la molla?



PROBLEMA 2)

Una donna, di massa 50 kg, si trova sul bordo di una giostra rotante, avente momento d'inerzia $I = 500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e raggio 2 m. Il sistema donna-giostra è inizialmente fermo e la giostra può ruotare senza attrito intorno ad un asse verticale passante per il suo centro. Successivamente, la donna comincia muoversi in senso orario lungo il bordo ad una velocità costante rispetto al suolo di 1.5 m/s. Si determini: a) Con che velocità angolare e in quale verso ruoterà la giostra; b) Il lavoro svolto dalla donna per mettere in moto il sistema.

PROBLEMA 3)

La pressione atmosferica normale è di $1.013 \cdot 10^5$ Pa. All'avvicinarsi di un temporale, si osserva in un barometro una variazione di 20 mm dell'altezza della colonnina di mercurio. Determinare la pressione atmosferica corrispondente. La densità del mercurio è di 13.59 g/cm^3 .

QUESITI

1) Se una sola forza agisce su un oggetto, si verifica un'accelerazione? Se un oggetto subisce un'accelerazione, vi è una forza agente su di esso? Se un oggetto non subisce alcuna accelerazione, significa che non vi è alcuna forza agente? Si argomentino bene le risposte. Si indichi anche in base a quale legge sono state tratte le risposte alle domande di cui sopra.

2) Una squadra di trasportatori deve caricare un camion usando una rampa che va dal suolo al portellone posteriore del camion. Un trasportatore afferma che si farebbe meno lavoro per caricare il camion allungando la lunghezza della rampa. In questo modo, infatti, si ridurrebbe la pendenza della salita rispetto all'orizzontale. E' sensata la sua osservazione? Si motivi adeguatamente la risposta.

3) Sia il momento di una forza che il lavoro sono il prodotto di una forza per una distanza. Come mai allora sono grandezze fisiche diverse? Hanno le stesse unità di misura? Si argomentino bene le risposte.

SOLUZIONI DEI PROBLEMI

1) Innanzitutto notiamo che nell'urto tra la sferetta (di massa m_1) e il blocco (di massa m_2) si conserva solo la quantità di moto. Pertanto si ha che:

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}. \quad (1)$$

Inoltre sappiamo che l'energia acquisita dal blocco nell'urto viene utilizzata per comprimere la molla di una quantità x e quindi si ha che:

$$\frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 = \frac{1}{2} k x^2. \quad (2)$$

Dall'eq. (2) si ricava che

$$v_{2f} = \sqrt{\frac{k \cdot x^2}{m_2}} = 3 \text{ m/s}. \quad (3)$$

Sostituendo tale risultato nell'eq. (1), si ricava che

$$v_{1f} = v_{1i} - \frac{m_2}{m_1} v_{2f} = 200 - \frac{1}{20 \cdot 10^{-3}} 3 \text{ m/s} = 200 - 150 \text{ m/s} = 50 \text{ m/s}. \quad (4)$$

Note tutte le velocità, l'energia dissipata nell'urto è data dalla differenza tra

l'energia cinetica iniziale della sola sferetta e quella finale di massa+sferetta:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{diss}} &= \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 - \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 - \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 & (5) \\
 &= \frac{200^2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{2} - \frac{50^2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{2} - \frac{3^2 \cdot 1}{2} J = \\
 &= 400 - 25 - 4.5 J = 370.5 J.
 \end{aligned}$$

Il fatto che $E_{\text{diss}} \neq 0$ testimonia che l'energia cinetica non si conserva e che quindi l'urto non è perfettamente elastico. Se l'urto fosse completamente anelastico, sferetta e blocco procederebbero insieme dopo l'urto andando a comprimere la molla. La conservazione della quantità di moto in questo caso diventerebbe:

$$m_1v_{1i} = (m_1 + m_2)v_{1f}. \quad (6)$$

La molla verrebbe compressa di una quantità x' , ricavabile dalla conversione di energia cinetica del sistema blocco-sferetta in energia potenziale elastica della molla stessa:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{1f}^2 = \frac{1}{2}kx'^2. \quad (7)$$

Pertanto, sostituendo l'espressione per v_{1f} ricavabile dall'eq. (6) nell'eq. (7), si ha che

$$\begin{aligned}
 x' &= \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)v_{1f}^2}{k}} = \sqrt{\frac{m_1^2v_{1i}^2}{(m_1 + m_2) \cdot k}} & (8) \\
 &= \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-4} \cdot 200^2}{(20 \cdot 10^{-3} + 1) \cdot 900}} = 0.132 \text{ m} = 13.2 \text{ cm}.
 \end{aligned}$$

2) Per la conservazione del momento angolare, quando la donna comincia a muoversi in senso orario lungo il bordo della giostra, quest'ultima comincerà a ruotare in verso opposto (cioè antiorario) affinché il momento angolare totale sia nuovamente nullo. Pertanto:

$$m \cdot v \cdot r = I \cdot \omega \quad (9)$$

da cui

$$\omega = \frac{mvr}{I} = \frac{50 \cdot 1.5 \cdot 2}{500} \text{ rad/s} = 0.3 \text{ rad/s}. \quad (10)$$

In base al teorema dell'energia cinetica, il lavoro svolto dalla donna per mettere in moto il sistema, è pari alla differenza tra energia cinetica finale ed energia cinetica iniziale (che è uguale a zero). L'energia cinetica finale è data da due contributi: quello traslazione della donna lungo il bordo della

giostra e quello rotazionale della giostra stessa:

$$\begin{aligned} L &= \Delta K = K_{\text{fin}} - K_{\text{iniz}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \\ &= \frac{50 \cdot 1.5^2}{2} + \frac{500 \cdot 0.3^2}{2} \quad J = 56.25 + 22.5 \quad J = 78.75 \quad J. \end{aligned} \quad (11)$$

3) La variazione di altezza della colonnina di mercurio è indice di una variazione della pressione atmosferica. All'avvicinarsi di un temporale, si registra una diminuzione della pressione atmosferica rispetto al valore normale. Pertanto:

$$P_{\text{fin}} - P_{\text{iniz}} = -\rho_{\text{Hg}}g\Delta h. \quad (12)$$

Sostituendo i valori numerici e risolvendo per P_{fin} , si ha che:

$$\begin{aligned} P_{\text{fin}} &= P_{\text{iniz}} - \rho_{\text{Hg}}g\Delta h = 1.013 \cdot 10^5 - 13.59 \cdot \frac{10^{-3}}{10^{-6}} \cdot 9.8 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \quad Pa \\ &= 98636.36 \quad Pa = 0.986 \cdot 10^5 \quad Pa. \end{aligned} \quad (13)$$

SOLUZIONI DEI QUESITI PROVA PARZIALE

1) Se una singola forza agisce su un oggetto, esso accelera in base alla seconda legge di Newton ($a = F/m$). Se un oggetto accelera, almeno una forza agisce su di esso. Tuttavia, se un oggetto non ha accelerazione, non si può escludere che nessuna forza agisca su di esso. Infatti, in questo caso possiamo solo affermare che la risultante delle forze agenti sull'oggetto è nulla.

2) Con una rampa più lunga sarà necessaria una forza minore, ma essa dovrà agire per una distanza maggiore, svolgendo comunque complessivamente lo stesso lavoro. Infatti, il lavoro necessario per spostare la cassa lungo la rampa dipende unicamente dal dislivello da superare. L'osservazione del trasportatore è pertanto scorretta.

3) Entrambe le grandezze fisiche sono definite come il prodotto tra una forza e una distanza. La differenza sostanziale tra lavoro e momento di una forza è che, nel primo caso, lo spostamento è diretto lungo la direzione della forza, mentre nel secondo caso la distanza in gioco (detta convenzionalmente braccio) è perpendicolare alla direzione della forza stessa. Del resto, il lavoro è definito come il prodotto scalare tra spostamento e forza, mentre il momento di una forza è il prodotto vettoriale tra braccio e forza. Le unità di misura delle due grandezze sono le stesse, anche se per convenzione il lavoro si misura in Joule, mentre il momento di una forza in Newton · metro.