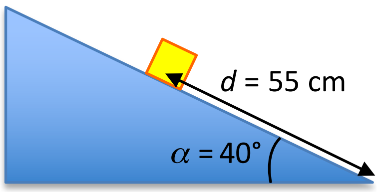
PROVA PARZIALE DEL 7 SETTEMBRE 2017
modulo I

September 24, 2017

Si prega di svolgere nella maniera più chiara possibile il compito, di scrivere e risolvere le equazioni in gioco riportando tutti i passaggi e corredandoli di commenti. Riportare solo la formula finale o il risultato numerico corretto non verranno considerati sufficienti.

PROBLEMA 1)
Un blocco sale lungo un piano inclinato di 40 gradi rispetto all'asse orizzontale. Sapendo che a una distanza di 55 cm dalla base del piano la velocità



del blocco è di 1.4 m/s, si calcolino a) di quanto ancora salirà lungo il piano sapendo che il suo coefficiente di attrito dinamico vale 0.15; b) che velocità avrà il blocco quando tornerà ai piedi del piano inclinato. Se il coefficiente di attrito avesse un valore maggiore, come cambierebbero le risposte alle due domande precedenti? I risultati aumenterebbero, diminuirebbero o resterebbero inalterati?

PROBLEMA 2)
Un ragazzo di massa M = 60 kg si trova sul bordo di una giostra ferma ma libera di ruotare, di raggio R = 1 m e momento d'inerzia I = 150 kg $\cdot$ m^2. Se il ragazzo lancia un sasso di massa m = 250 g ad una velocità di 12 m/s rispetto al terreno orizzontalmente, in direzione tangenziale alla giostra, si calcolino a) la velocità angolare assunta dal sistema giostra+ragazzo; b) la velocità lineare del ragazzo dopo il lancio.

PROBLEMA 3)
In un bacino di area A = 3000 km^2 la precipitazione media d'acqua è pari a

48 cm/anno. Un quarto della pioggia caduta ritorna in atmosfera per evaporazione, mentre la parte rimanente confluisce in un fiume largo 20 metri e profondo 4 metri. Si calcoli la velocità media della corrente nel fiume.

QUESITI
1) Quali grandezze fisiche sono conservate da un corpo rigido non vincolato in equilibrio statico? E da un corpo in equilibrio dinamico?
2) Si dia la definizione di centro di massa per un sistema discreto di particelle e per un corpo rigido nello spazio.
3) Che moto segue un sasso lanciato dalla sommità di un edificio ad una velocità di modulo v formante un angolo α verso il basso rispetto alla direzione orizzontale? Si riportino le equazioni del moto.

SOLUZIONI DEI PROBLEMI
1) Il blocco, dal momento che ad una distanza di 55 cm dalla base del piano inclinato risulta possedere una velocità non nulla, continuerà a salire fintanto che l'energia cinetica da esso posseduta non verrà convertita in lavoro svolto per opporsi alla forza di attrito e alla componente della forza di gravità agente lungo il piano. Pertanto, sfruttando il teorema dell'energia cinetica, si ha che:

$$\frac{1}{2}m \cdot v^2 = (mg\sin\alpha + mg\cos\alpha\mu_d) \cdot d', \tag{1}$$

in cui v è la velocità del blocco a 55 cm, μ_d il coefficiente di attrito dinamico e d' è la distanza residua percorsa. Risolvendo per d' si ottiene che:

$$d' = \frac{v^2}{2g(\sin\alpha + \cos\alpha\mu_d)} = \frac{1.4^2}{2 \cdot 9.8(\sin 40 + \cos 40 \cdot 0.15)} = 0.13\text{m}. \tag{2}$$

Per calcolare invece la velocità del blocco al termine della discesa, occorre tener presente che la componente della forza di gravità agente lungo il piano compie lavoro positivo sul blocco, mentre la forza di attrito, opponendosi al moto, compie lavoro negativo. Pertanto, la relazione tra energia cinetica e lavoro in questo caso è data da:

$$\frac{1}{2}m \cdot v'^2 = (mg\sin\alpha - mg\cos\alpha\mu_d) \cdot (d + d'), \tag{3}$$

dove v' è la velocità con cui il blocco torna ai piedi del piano inclinato, mentre $d + d'$ è la distanza totale percorsa. Risolvendo per v' si ottiene che:

$$\begin{aligned} v' &= \sqrt{2g(\sin\alpha - \cos\alpha\mu_d) \cdot (d + d')} && (4)\\ &= \sqrt{19.6(\sin 40 - \cos 40 \cdot 0.15)(0.55 + 0.13)}\text{m/s} = 2.65\text{m/s}. && (5) \end{aligned}$$

Se il coefficiente di attrito avesse un valore maggiore entrambi i risultati diminuirebbero.

2) Applicando la legge di conservazione del momento angolare ($L_{\text{in}} = L_{\text{fin}}$) e sapendo che prima del lancio del sasso il momento angolare del sistema ragazzo+sasso+giostra è nullo ($L_{\text{in}} = 0$), il momento angolare acquistato dal sasso dopo il lancio deve controbilanciare quello di ragazzo+giostra. Pertanto si ha che:

$$mvR = (I + MR^2)\omega, \tag{6}$$

in cui v è la velocità del sasso e ω la velocità angolare del sistema ragazzo+giostra. Risolvendo per ω si ottiene:

$$\omega = \frac{mvR}{(I + MR^2)} = \frac{0.25 \cdot 12 \cdot 1}{150 + 60 \cdot 1^2}\text{rad/s} = 0.014\text{rad/s}. \tag{7}$$

La velocità lineare del ragazzo dopo il lancio sarà data da:

$$v' = \omega \cdot R = 0.014 \cdot 1\text{m/s} = 0.014\text{m/s}. \tag{8}$$

3) Applicando al sistema in questione l'equazione di continuità, detta A l'area del bacino, B la sezione del fiume ortogonale alla direzione in cui scorre l'acqua, v_A la velocità con cui la pioggia precipita e v_B quella con cui l'acqua scorre nel fiume, si ha che:

$$A \cdot v_A \cdot \frac{3}{4} = B \cdot v_B, \tag{9}$$

in cui il fattore 3/4 sta ad indicare la porzione di pioggia che va a confluire nel fiume (il restante 1/4 evapora).
Convertendo la velocità v_A in m/s si ha che:

$$v_A = 48\text{cm/anno} = 48 \cdot \frac{10^{-2}}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}\text{m/s} = 1.52 \cdot 10^{-8}\text{m/s}. \tag{10}$$

Pertanto, risolvendo l'Eq. (9) per v_B si ottiene che:

$$v_B = \frac{A}{B} \cdot v_A \cdot \frac{3}{4} = \frac{3000 \cdot 10^6}{20 \cdot 4} \cdot 1.52 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{3}{4}\text{m/s} = 0.43\text{m/s}. \tag{11}$$