

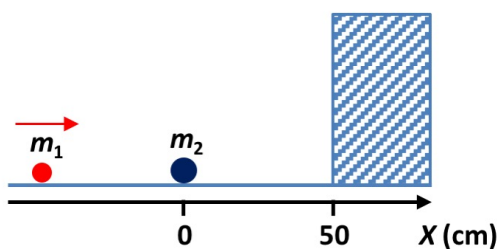
PROVA PARZIALE DELL' 11 LUGLIO 2016
modulo I

July 21, 2016

Si prega di svolgere nella maniera più chiara possibile il compito, di scrivere e risolvere le equazioni in gioco riportando tutti i passaggi e corredandoli di commenti. Riportare solo la formula finale o il risultato numerico corretto non verranno considerati sufficienti.

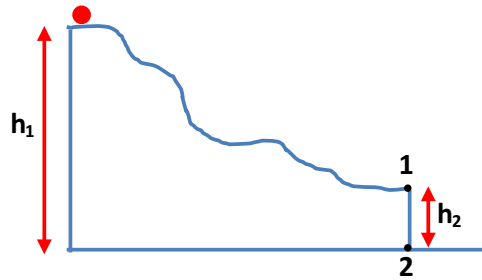
PROBLEMA 1)

Una sferetta, di massa $m_1 = 0.3$ kg, è in moto a velocità costante $v_1 = 2$ m/s. Come mostrato nella figura, nel punto di coordinata $x = 0$ (detto anche origine), la sferetta urta elasticamente una sfera di massa 0.5 kg, inizialmente ferma. a) Si calcolino le velocità delle due sfere dopo l'urto. Quando la sfera di massa m_2 urta contro una parete distante 50 cm dall'origine, rimbalza indietro senza perdere velocità. b) Si calcoli dopo quanto tempo (rispetto all'urto con la sfera m_1) la sfera m_2 ripassa dall'origine. c) Di quanto si è mossa la sferetta m_1 in quell'arco di tempo? d) Se l'urto fosse completamente anelastico, quale sarebbe la velocità del sistema dopo l'urto? e) Dopo quanto tempo ripasserebbe dall'origine? Si trascuri l'attrito.



PROBLEMA 2)

Una biglia rotola senza strisciare lungo una pista monodimensionale. Come mostrato in figura, l'altezza di partenza è $h_1 = 8$ m, mentre quella di arrivo è $h_2 = 2$ m. a) Se l'ultimo tratto di pista è orizzontale, con quale velocità la biglia lascerà la pista nel punto 1? b) A quale distanza dal punto 2 in figura atterrerà e dopo quanto tempo? Lungo la pista la biglia sia assimilabile ad una sfera piena avente momento d'inerzia $I = 2/5mr^2$ mentre nel



tratto fuori pista ad un corpo puntiforme. Si trascurino attrito e resistenza dell'aria.

PROBLEMA 3)

Un cubo di legno galleggia in acqua con i due terzi del suo volume sommersi. In un altro liquido galleggia con l'85% del suo volume sommerso. Si calcolino le densità del legno e del liquido ignoto, sapendo che quella dell'acqua è di 1000 kg/m^3 .

QUESITI

- 1) Si dia la definizione di forza centripeta. Può la forza d'attrito essere considerata una forza centripeta? E la forza peso? Si motivi la risposta con esempi pratici.
- 2) Cosa descrivono le leggi di Keplero? Quale di queste rappresenta la conservazione del momento angolare? La si enunci.
- 3) Si indichi la differenza tra grandezze fisiche scalari e vettoriali. Si dica quale di queste grandezze è un vettore: forza, quantità di moto, energia cinetica, pressione, spostamento.

SOLUZIONI DEI PROBLEMI

1) Innanzitutto notiamo che nell'urto tra le due sferette si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica. Pertanto si ha che:

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (2)$$

Dalla prima equazione si ricava che

$$v_{2f} = \frac{m_1}{m_2} (v_{1i} - v_{1f}) \quad (3)$$

Sostituendo questa espressione nell'eq. (2), dopo un po' di passaggi si ottiene la seguente espressione:

$$v_{1f}^2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) - 2 \frac{m_1}{m_2} v_{1i} \cdot v_{1f} + v_{1i}^2 \left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right) = 0 \quad (4)$$

da cui si ricava che

$$v_{1f} = \frac{(m_1/m_2 \pm 1)v_{1i}}{m_1/m_2 + 1}. \quad (5)$$

Delle due soluzioni, quella con il segno + va scartata perchè porterebbe la sfera di massa m_1 ad avere la stessa velocità iniziale, come se la massa m_2 non esistesse. La soluzione con il segno - invece porta ad avere:

$$v_{1f} = \frac{m_1/m_2 - 1}{m_1/m_2 + 1}v_{1i} = \frac{(0.3/0.5 - 1) \cdot 2}{(0.3/0.5 + 1)}\text{m/s} = -\frac{0.8}{1.6}\text{m/s} = -0.5\text{m/s} \quad (6)$$

da cui si nota che, dopo l'urto, la sfera di massa m_1 procede verso sinistra. In base all'eq. (3), la velocità della sfera di massa m_2 dopo l'urto è:

$$v_{2f} = \frac{0.3}{0.5}(2 + 0.5)\text{m/s} = 1.5\text{m/s}. \quad (7)$$

La sfera di massa m_2 dopo l'urto procede verso destra, urta contro il muro rimbalzando all'indietro e ripassa dall'origine, sempre alla stessa velocità v_{2f} . Il tempo impiegato per compiere questo percorso è pari a:

$$t = \Delta x/v_{2f} = \frac{0.5 \cdot 2}{1.5}\text{s} = 0.67\text{s}. \quad (8)$$

Durante questo intervallo di tempo, la sfera di massa m_1 si è mossa di:

$$\Delta x_1 = t \cdot v_{1f} = -0.67 \cdot 0.5\text{m} = -0.33\text{m}, \quad (9)$$

dove il segno - indica che la sfera di massa m_1 si sta muovendo verso sinistra. Infine, se l'urto fosse completamente anelastico, le due sfere dopo l'urto procederebbero insieme. In questo caso si conserva la sola quantità di moto:

$$m_1v_{1i} = (m_1 + m_2)v_f, \quad (10)$$

da cui

$$v_f = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)}v_{1i} = \frac{0.3}{0.8} \cdot 2\text{m/s} = 0.75\text{m/s}. \quad (11)$$

Il tempo impiegato dal sistema per andare verso il muro, urtarlo, rimbalzare all'indietro e ripassare dall'origine è dato da:

$$t = \Delta x/v_f = (0.5 \cdot 2)/0.75\text{s} = 1.33\text{s}. \quad (12)$$

2) La biglia, rotolando lungo la pista dall'altezza h_1 all'altezza h_2 , trasforma la propria energia potenziale gravitazionale in energia cinetica, sia traslazionale che rotazionale. Sapendo che il suo momento d'inerzia è pari a $I = 2/5Mr^2$

e che $v = \omega r$, dove ω è la velocità angolare, la conservazione dell'energia è data da:

$$Mg(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2} \frac{2}{5}Mv^2 = \frac{7}{10}Mv^2. \quad (13)$$

Si ricava pertanto che la velocità con cui la biglia arriva all'altezza h_2 è pari a:

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot 10(h_1 - h_2)}{7}} = \sqrt{\frac{9.8 \cdot 10(8 - 2)}{7}} \text{m/s} = 9.16 \text{m/s}. \quad (14)$$

Questa è pertanto la velocità (di componente solo orizzontale) con cui la biglia lascia il punto 1 cadendo a terra di moto parabolico. Le equazioni del moto sono:

$$x = v \cdot t \quad (15)$$

$$y = 2 - \frac{1}{2}gt^2 \quad (16)$$

Dall'eq. (16), ponendo $y = 0$ si ricava il tempo di caduta:

$$t = \frac{2}{\sqrt{g}} = \frac{2}{\sqrt{9.8}} \text{s} = 0.64 \text{s}. \quad (17)$$

La distanza a cui cade si ricava a questo punto dall'eq. (15):

$$x = t \cdot v = 0.64 \cdot 9.16 \text{m} = 5.87 \text{m}. \quad (18)$$

3) Il cubo di legno è sottoposto alla forza peso e alla spinta di Archimede. In condizione di equilibrio le due forze si bilanciano e il cubo galleggia con i 2/3 di volume immersi in acqua. Pertanto si ha:

$$m_l \cdot g = \rho_{\text{acqua}} \frac{2}{3} V_l \cdot g, \quad (19)$$

dove il pedice l si riferisce al legno. Sapendo che $m_l = \rho_l V_l$ si ottiene che:

$$\rho_l = \rho_{\text{acqua}} \frac{2}{3} = 1000 \cdot \frac{2}{3} \text{kg/m}^3 = 667 \text{kg/m}^3. \quad (20)$$

Nel caso di immersione nel liquido ignoto, il bilanciamento delle forze diventa:

$$\rho_l V_l \cdot g = \rho_{\text{liquido}} 0.9 V_l \cdot g, \quad (21)$$

da cui

$$\rho_{\text{liquido}} = \rho_l / 0.9 = 667 / 0.9 \text{kg/m}^3 = 567 \text{kg/m}^3. \quad (22)$$

SOLUZIONI DEI QUESITI

1) La forza centripeta accelera un corpo variandone il vettore velocità senza variarne il modulo. L'accelerazione ad essa associata è detta essa stessa centripeta, in quanto diretta verso il centro di una circonferenza (o porzione di circonferenza) di raggio R . La forza centripeta si può pertanto esprimere come $F = mv^2/R$. La forza di attrito può essere una forza centripeta: quando un'automobile percorre una curva di raggio R , la forza d'attrito, esercitata dalla strada sugli pneumatici, è diretta verso il centro della curva impedendo all'auto di finire fuori strada. Anche la forza peso può essere una forza centripeta: ad esempio, durante il giro della morte su giostre come le montagne russe.

2) Le leggi di Keplero descrivono il moto dei pianeti intorno al Sole, ma più genericamente servono a descrivere anche il moto dei satelliti, sia naturali che artificiali, intorno ai pianeti. La conservazione del momento angolare è descritta dalla seconda legge, in base alla quale "il segmento che congiunge un pianeta al Sole spazza aree uguali in tempi uguali".

3) Una grandezza scalare è descritta da un valore numerico, a differenza della grandezza vettoriale che è definita anche da una direzione e da un verso. Sono grandezze scalari l'energia cinetica e la pressione, mentre sono grandezze vettoriali la forza, la quantità di moto e lo spostamento.