

PROVA PARZIALE DEL 29 GIUGNO 2017

modulo I

July 10, 2017

Si prega di svolgere nella maniera più chiara possibile il compito, di scrivere e risolvere le equazioni in gioco riportando tutti i passaggi e corredandoli di commenti. Riportare solo la formula finale o il risultato numerico corretto non verranno considerati sufficienti.

PROBLEMA 1)

Due marinai tirano a tutta forza due funi, una per ciascuno, collegate all'altra estremità ad una barca di massa pari a 250 kg. Se i due uomini tirano entrambi verso destra, l'accelerazione della barca risulta essere uguale a 1.35 m/s^2 verso destra. Se invece tirano uno verso sinistra e l'altro verso destra, la barca ha un'accelerazione di 0.35 m/s^2 verso sinistra. Trascurando gli attriti e ogni altra forza agente sulla barca, si determini la forza esercitata da ciascun marinaio.

PROBLEMA 2)

In un parco giochi è stata montata una piattaforma girevole con diametro di 2.5 m e momento d'inerzia pari a $120 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Cinque bambini salgono sulla giostra e, rimanendo vicini al bordo, la fanno girare alla velocità moderata di 25 giri al minuto. Per fare uno scherzo ad uno di loro, ad un segnale convenuto, gli altri quattro si avvicinano rapidamente a 30 cm dal centro della giostra, lasciando il quinto malcapitato vicino al bordo. La giostra comincia quindi a ruotare più velocemente, facendo finire il bambino nel prato antistante la giostra. Si calcolino: a) il momento d'inerzia del sistema giostra + cinque bambini prima e dopo lo spostamento dei quattro, b) il momento angolare del sistema, c) l'accelerazione raggiunta dal bambino rimasto sul bordo della giostra. Quanti multipli dell'accelerazione di gravità g vale tale accelerazione? Si assuma che i bambini abbiano tutti massa 30 kg.

PROBLEMA 3)

Una piattaforma di polistirolo è spessa 10 cm e possiede una densità di 300 kg/m^3 . Quando un nuotatore di 80 kg si sdraia sulla piattaforma, questa affonda nell'acqua di una quantità esattamente pari al suo spessore. Quanto

vale l'area della piattaforma? Qual è il volume immerso della piattaforma in assenza del nuotatore e che percentuale del volume dell'intera piattaforma rappresenta? Si ricordi che la densità dell'acqua è pari a 1000 kg/m^3 .

QUESITI

1) Qual è la differenza tra massa e peso di un corpo? E' possibile che il peso si annulli in presenza di una massa non nulla? E il viceversa? Se sì, si faccia un esempio pratico.

2) Che cos'è l'energia cinetica di un corpo? Com'è definita l'energia cinetica di un corpo che striscia senza ruotare? E quella di un corpo che rotola senza strisciare?

3) Si enunci la legge di gravitazione universale. Cosa succede alla forza gravitazionale se la massa di uno dei due corpi raddoppia? Cosa se raddoppia la distanza tra i due corpi? E se la distanza dimezza?

SOLUZIONI DEI PROBLEMI

1) Per trovare la forza con cui ciascun marinaio tira la barca nelle due situazioni, occorre scrivere la seconda legge di Newton per il primo caso e quella per il secondo tenendo conto dei differenti versi di forze e accelerazioni. Il sistema che si ottiene è il seguente:

$$T_1 + T_2 = m \cdot a_1 \quad (1)$$

$$-T_1 + T_2 = -m \cdot a_2, \quad (2)$$

dove T_1 e T_2 rappresentano le forze con cui i marinai tirano le funi, mentre il segno meno viene attribuito alla forza e all'accelerazione dirette verso sinistra. Risolvendo il sistema si ottiene che

$$T_2 = m \cdot (a_1 - a_2)/2 = 250 \cdot (1.35 - 0.35)/2\text{N} = 125\text{N} \quad (3)$$

$$T_1 = m \cdot a_1 - T_2 = 250 \cdot 1.35 - 125\text{N} = 212.5\text{N}. \quad (4)$$

2) Per calcolare il momento d'inerzia del sistema prima e dopo lo spostamento dei bambini, occorre innanzitutto calcolare quello relativo ai bambini, di massa m , nelle due situazioni e sommarlo al momento d'inerzia della giostra, I_g . Nella prima situazione, il momento d'inerzia è dato da:

$$\begin{aligned} I_{\text{IN}} &= I_g + 5 \cdot m \cdot r^2 = (120 + 5 \cdot 30 \cdot 1.25^2)\text{kg} \cdot \text{m}^2 \\ &= (120 + 234.38)\text{kg} \cdot \text{m}^2 = 354.38\text{kg} \cdot \text{m}^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Nella seconda situazione, invece, il momento d'inerzia è dato da:

$$\begin{aligned} I_{\text{FIN}} &= I_g + 4 \cdot m \cdot r'^2 + m \cdot r^2 = (120 + 4 \cdot 30 \cdot 0.3^2 + 30 \cdot 1.25^2)\text{kg} \cdot \text{m}^2 \\ &= (120 + 10.8 + 46.88)\text{kg} \cdot \text{m}^2 = 177.68\text{kg} \cdot \text{m}^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Il momento angolare del sistema si conserva, in quanto non esiste alcun momento torcente agente su di esso. Tale momento è pertanto calcolabile come:

$$L = I_{\text{IN}} \cdot \omega_{\text{IN}} \quad (7)$$

in cui ω_{IN} rappresenta la velocità angolare del sistema nella situazione in cui i bambini si trovano tutti sul bordo della giostra (analogamente lo si potrebbe calcolare nella situazione finale). Sostituendo i dati a disposizione si ottiene che:

$$L = (354.38 \cdot \frac{25}{60} \cdot 2\pi) \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} = 927.76 \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}. \quad (8)$$

Dalla conservazione del momento angolare ($L = I_{\text{IN}} \cdot \omega_{\text{IN}} = I_{\text{FIN}} \cdot \omega_{\text{FIN}}$), è possibile calcolare la velocità angolare finale del sistema, necessaria per la determinazione dell'accelerazione:

$$\omega_{\text{FIN}} = \frac{L}{I_{\text{FIN}}} = \frac{927.76}{177.68} \text{rad/s} = 5.22 \text{rad/s}. \quad (9)$$

L'accelerazione di cui risente il bambino rimasto sul bordo della giostra è uguale a:

$$a = \omega_{\text{FIN}}^2 \cdot r = 5.22^2 \cdot 1.25 \text{m/s}^2 = 34.06 \text{m/s}^2. \quad (10)$$

Tale accelerazione rappresenta un multiplo dell'accelerazione di gravità pari a $34.06/9.81 = 3.47$. Pertanto $a = 3.47g$.

3) Per calcolare l'area della piattaforma, occorre scrivere la seconda legge di Newton del sistema. All'equilibrio, la forza peso di nuotatore (di massa m_n) e piattaforma (di massa m_p , volume V_p , spessore d e densità ρ_p) viene eguagliata dalla spinta di Archimede:

$$m_p g + m_n g = \rho_{\text{acqua}} V_p g, \quad (11)$$

in cui $V_p = A_p \cdot d$ e $m_p = V_p \cdot \rho_p$. Risolvendo per A_p si ottiene che:

$$A_p = \frac{m_n}{d(\rho_{\text{acqua}} - \rho_p)} = \frac{80}{0.1(1000 - 300)} \text{m}^2 = 1.143 \text{m}^2. \quad (12)$$

Nell'ipotesi che il nuotatore non sia sdraiato sulla piattaforma, ci si aspetta che parte della stessa emerga dall'acqua. Pertanto, eguagliando forza peso e spinta di Archimede, il volume immerso è ricavabile da

$$\rho_{\text{acqua}} \cdot V_{\text{IMM}} = \rho_p \cdot V_p, \quad (13)$$

da cui

$$V_{\text{IMM}} = \frac{\rho_p}{\rho_{\text{acqua}}} \cdot V_p = \frac{300}{1000} \cdot 1.143 \cdot 0.1 \text{m}^3 = 0.034 \text{m}^3. \quad (14)$$

Tale valore rappresenta una porzione del totale pari a $V_{\text{IMM}}/V_p = 300/1000 = 30\%$.