PROVA PARZIALE DEL 12 GENNAIO 2018
modulo I

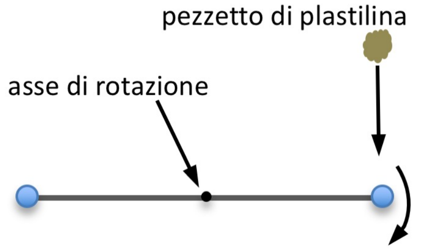
January 18, 2018

Si prega di svolgere nella maniera più chiara possibile il compito, di scrivere e risolvere le equazioni in gioco riportando tutti i passaggi e corredandoli di commenti. Riportare solo la formula finale o il risultato numerico corretto non verranno considerati sufficienti.

PROBLEMA 1)
Un bambino sul bordo di una giostra in moto circolare uniforme ha, al tempo $\mathrm{t_{in}} = 3$ s, una velociá $v_{\mathrm{in}} = (3\hat{\mathrm{i}} + 4\hat{\mathrm{j}})$ m/s nel piano xy. All'istante $\mathrm{t_{fin}} = 6$ s, la sua velocità risulta essere $v_{\mathrm{fin}} = (-3\hat{\mathrm{i}} - 4\hat{\mathrm{j}})$m/s. Si calcolino: a) il modulo della sua accelerazione centripeta; b) la sua accelerazione media nell'intervallo ($\mathrm{t_{fin}}$ - $\mathrm{t_{in}}$).

PROBLEMA 2)
Un blocco di massa 4 kg viene tirato a velocità costante, tramite una fune, per una lunghezza complessiva di 4 m lungo il piano orizzontale. La forza applicata sul blocco dalla fune ha modulo 8 N e risulta inclinata di 15 gradi rispetto al piano orizzontale. Si determinino: a) il lavoro svolto dalla fune; b) l'aumento di energia termica del sistema blocco-piano d'appoggio; c) il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco e il piano d'appoggio.

PROBLEMA 3)
Un sistema, costituito da due palline di massa 2 kg ciascuna, attaccate



alle due estremità di un'asticella di massa trascurabile e lunghezza pari a 50 cm, è libero di ruotare nel piano verticale intorno a un asse orizzontale passante per il centro di massa del sistema. Mentre l'asta si trova nella posizione indicata in figura, un pezzetto di plastilina di 50 g cade a una velocità di 3 m/s su una delle due palline e vi resta attaccata. Si calcolino: a) la velocità angolare dell'intero sistema subito dopo l'urto; b) il rapporto tra l'energia cinetica dell'intero sistema dopo l'urto e quella della plastilina prima dell'urto; c) l'angolo di rotazione del sistema prima dell'arresto.

QUESITI

1) Si definiscano la quantità di moto e l'energia cinetica di un sistema. Che differenza c'è tra le due grandezze? Si descriva una situazione fisica in cui entrambe le quantità sono conservate.

2) Si definisca il momento torcente di una forza. Dove e come conviene applicare la forza necessaria ad aprire una finestra? Perchè?

3) Che cos'è un fluido? Si dia la definizione di pressione di un fluido. Si tratta di una grandezza scalare o vettoriale? Quali sono le sue unità di misura nel sistema internazionale (SI)?

SOLUZIONI DEI PROBLEMI

1) Dato che l'accelerazione centripeta è data da $a_c = v^2/R$ in cui v è il modulo della velocità tangenziale e R il raggio della giostra, occorre prima calcolare queste due quantità. Il modulo della velocità si può equivalentemente calcolare al tempo iniziale o a quello finale, avendo in entrambi i casi a disposizione le due componenti lungo gli assi x e y. Essa pertanto vale:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2}\text{m/s} = 5\text{m/s}. \tag{1}$$

Il raggio della giostra può essere ottenuto osservando che, in base ai valori della velocità iniziale e finale, l'intervallo di tempo $t_{\text{fin}} - t_{\text{in}}$ corrisponde a metà periodo. Quindi, in base alla definizione di periodo, T, si ha:

$$t_{\text{fin}} - t_{\text{in}} = \frac{T}{2} = \frac{2\pi \cdot R}{2 \cdot v}. \tag{2}$$

Risolvendo per R si ottiene:

$$R = \frac{2v \cdot (t_{\text{fin}} - t_{\text{in}})}{2\pi} = \frac{5 \cdot 3}{\pi}\text{m} = 4.78\text{m}. \tag{3}$$

Pertanto, l'accelerazione centripeta vale $a_c = v^2/R = 25/4.78$ m/s^2 $= 5.23$ m/s^2.

L'accelerazione media nell'intervallo di tempo indicato è definita come il rapporto tra la variazione di velocità e l'intervallo di tempo corrispondente, $\bar{\mathbf{a}} = \Delta\mathbf{v}/\Delta t$. Occorre tener presente che la variazione di velocità è una quantità vettoriale. Pertanto:

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{v} &= \mathbf{v}_{\text{fin}} - \mathbf{v}_{\text{in}} = \sqrt{(v_{\text{fin,x}} - v_{\text{in,x}})^2 + (v_{\text{fin,y}} - v_{\text{in,y}})^2} \\ &= \sqrt{(-3-3)^2 + (-4-4)^2}\text{m/s} = 10\text{m/s}. \end{aligned} \tag{4}$$

L'accelerazione media è quindi data da: $\bar{\mathbf{a}} = \Delta\mathbf{v}/\Delta t = 10/3$ m/s^2 $= 3.33$ m/s^2.

2) Il lavoro svolto dalla fune è il prodotto scalare tra la forza applicata e lo spostamento:

$$L = F \cdot l = 8 \cdot 4 \cdot \cos(15)\text{J} = 30.91\text{J}. \tag{5}$$

Si noti che, siccome la risultante delle forze è nulla, il lavoro svolto dalla forza applicata è uguale ed opposto a quello svolto dalla forza di attrito dinamico. Il lavoro svolto dalla forza di attrito si traduce unicamente in energia termica, per cui $E_{\text{th}} = L = 30.91$ J.

Per il calcolo del coefficiente di attrito dinamico, μ_k, occorre anzitutto scomporre le forze lungo le due direzioni, x e y, ricordando che $f_d = \mu_k F_N$:

$$f_d = F\cos(15) \tag{6}$$

$$mg = F_N + F\sin(15) \tag{7}$$

Dalla seconda equazione è possibile ricavare $F_N = mg - F \sin 15$. Sostituendolo nella definizione di forza di attrito e risolvendo per μ_k si ha:

$$\mu_k = \frac{f_d}{F_N} = \frac{F \cos(15)}{mg - F \sin(15)} = \frac{7.73}{39.2 - 2.07} = 0.21. \tag{8}$$

3) Prima dell'urto, la plastilina è dotata di un momento angolare non nullo. Quando la plastilina colpisce una delle due palline, l'intero sistema si mette in rotazione per conservare il momento angolare. Pertanto, si ha che:

$$mv\frac{l}{2} = I\omega, \tag{9}$$

in cui m è la massa della plastilina, v la sua velocità, $l/2$ la lunghezza di metà asticella e I il momento d'inerzia totale del sistema. Risolvendo per ω si ha:

$$\omega = \frac{mvl/2}{I} = \frac{mvl/2}{[M(l/2)^2 + (M+m)(l/2)^2]} = \frac{2mv}{(2M+m)l} = 0.148\text{rad/s}. \tag{10}$$

L'energia cinetica della plastilina prima dell'urto è puramente traslazionale, per cui $K_{\text{in}} = 1/2mv^2 = 0.5 \cdot 0.05 \cdot 9$ J $= 0.225$ J. Quella dell'intero sistema dopo l'urto è invece rotazionale e vale $K_{\text{fin}} = 1/2I\omega^2 = 1/2(2M+m)(l/2)^2\omega^2$ $= 0.003$ J.
Pertanto, il rapporto tra energia finale ed energia iniziale è dato da $K_{\text{fin}}/K_{\text{in}}$ $= 0.013$.
L'angolo di rotazione si ottiene imponendo la conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = -(m+M)g\frac{l}{2}\sin\theta + Mg\frac{l}{2}\sin\theta, \tag{11}$$

in cui θ è l'angolo di rotazione. Risolvendo per $sin\theta$ si ha che:

$$\sin\theta = -\frac{I\omega^2}{mgl} = -\frac{(2M+m)l\omega^2}{4mg} = -0.022 \tag{12}$$

da cui $\theta = 181$ gradi.