

# PROVA PARZIALE DEL 29 GENNAIO 2018

## modulo I

February 5, 2018

Si prega di svolgere nella maniera più chiara possibile il compito, di scrivere e risolvere le equazioni in gioco riportando tutti i passaggi e corredandoli di commenti. Riportare solo la formula finale o il risultato numerico corretto non verranno considerati sufficienti.

### PROBLEMA 1)

Una pallina, che sta rotolando orizzontalmente alla velocità di 1.5 m/s, cade dalla cima di una scala, i cui gradini sono alti 20.5 cm e larghi altrettanto. Si calcoli quale sarà il primo gradino su cui rimbalzerà la pallina. Si consideri la pallina come un corpo puntiforme e si trascuri la resistenza dell'aria.

### PROBLEMA 2)

Si consideri un corpo di massa  $m$  e raggio  $R$  che rotola senza strisciare su un piano orizzontale a velocità  $v$ . Sempre rotolando, il corpo prosegue su per un piano inclinato fino ad un'altezza massima  $h$ . Nell'ipotesi che  $h = 3v^2/(2g)$ , si calcoli il momento d'inerzia del corpo rispetto all'asse di rotazione passante per il centro di massa. Di che tipo di corpo si può trattare? Si calcoli il momento d'inerzia del corpo nel caso in cui  $m = 10$  kg e  $R = 20$  cm.

### PROBLEMA 3)

Sul fondo di una bottiglia piena di latte è appoggiata una biglia di raggio 2 cm. Se la densità del latte è pari a  $1.03$  g/cm<sup>3</sup>, si calcoli la massa della biglia sapendo che la forza normale esercitata su di essa dal fondo della bottiglia è pari a  $9.5 \cdot 10^{-2}$  N. Quanto vale la densità della biglia?

### QUESITI

- 1) Si enunci il teorema dell'energia cinetica (o teorema delle forze vive). Le grandezze coinvolte nel teorema sono scalari o vettoriali? In quali casi il lavoro svolto è a) positivo, b) negativo e c) nullo?
- 2) Che cos'è la forza di attrito? Che differenza c'è tra la forza di attrito statico e quella di attrito dinamico? Se a un corpo appoggiato a terra viene applicata una forza orizzontale di 10 N e il corpo non si muove, quanto vale

la forza di attrito? Di che attrito si tratta?

3) Si enuncino le tre leggi di Keplero. Quale di queste leggi descrive la conservazione del momento angolare?

### SOLUZIONI DEI PROBLEMI

1) La pallina, cadendo dalla cima della scala, seguirà un moto parabolico, descritto dal seguente sistema di equazioni:

$$x = v_{0x}t \quad (1)$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2. \quad (2)$$

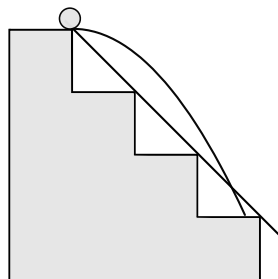
Nel caso in esame  $v_{0x} = v_0$ , mentre  $v_{0y} = 0$ . Ricavando il tempo dalla prima equazione e sostituendolo nella seconda si ottiene che

$$t = \frac{x}{v_{0x}} \quad (3)$$

$$y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_{0x}^2}. \quad (4)$$

Consideriamo ora la scala: essa è fatta di gradini larghi e alti 0.205 m, per cui la retta passante per lo spigolo di ogni gradino è data da  $y = -x$ .

Per trovare su quale gradino atterrerà la pallina è sufficiente calcolare



l'intersezione tra tale retta e la parabola in Eq. (4), da cui si ottiene che  $x = (2v_{0x}^2)/g = 0.46$  m. Dividendo tale valore per la larghezza del gradino (0.205 m), si ottiene 2.24. Ciò significa che la pallina cadrà sul gradino numero 3.

2) Il corpo inizialmente possiede energia cinetica di traslazione e di rotazione, che si tramutano completamente in energia potenziale gravitazionale in cima al piano inclinato:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgh. \quad (5)$$

Risolviendo per  $I$  si ottiene che

$$I = \frac{2}{\omega^2}(mgh - \frac{1}{2}mv^2) = \frac{2r^2}{v^2}(\frac{m3v^2}{4} - \frac{1}{2}mv^2) = \frac{mr^2}{2}. \quad (6)$$

Si tratta del momento d'inerzia di un disco o di un cilindro rispetto all'asse centrale. Se il corpo possiede massa  $m = 10$  kg e raggio  $R = 20$  cm, il momento d'inerzia varrà  $I = 5 \cdot 0.2^2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 = 0.2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ .

3) Sulla biglia di massa ignota  $m_b$  agiscono tre forze, ossia la forza peso ( $m_b g$ ) diretta verso il basso, la forza normale ( $F_N$ ) esercitata dal fondo della bottiglia e diretta verso l'alto e la spinta di Archimede ( $F_A$ ) diretta verso l'alto. Dato che la biglia si trova in condizione di equilibrio, la relazione tra le forze è la seguente:

$$F_N + F_A = m_b g. \quad (7)$$

Si noti che in questa espressione  $F_A = \rho_l V_l g$ , in cui il pedice  $l$  si riferisce al latte. Il volume del latte corrisponde all'intero volume della biglia, cioè  $V_l = V_b = \frac{4}{3}\pi r^3 = 3.35 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ . Risolvendo l'Eq.(7) per  $m_b$  si ottiene che:

$$m_b = \frac{(F_N + F_A)}{g} = \frac{(9.5 \cdot 10^{-2} + 1030 \cdot 3.35 \cdot 10^{-5} \cdot 9.8)}{9.8} \text{ kg} = 0.044 \text{ kg} = 44 \text{ g}. \quad (8)$$

La densità della biglia vale

$$\rho_b = \frac{m_b}{V_b} = \frac{0.044}{3.35 \cdot 10^{-5}} \text{ kg/m}^3 = 1319 \text{ kg/m}^3. \quad (9)$$