

# PROVA PARZIALE DEL 20 LUGLIO 2018

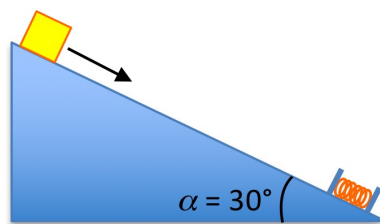
## modulo I

July 23, 2018

Si prega di svolgere nella maniera più chiara possibile il compito, di scrivere e risolvere le equazioni in gioco riportando tutti i passaggi e corredandoli di commenti. Riportare solo la formula finale o il risultato numerico corretto non verranno considerati sufficienti.

### PROBLEMA 1)

Si consideri una molla comprimibile di 2 cm qualora venga sottoposta ad una forza di 270 N. Come mostrato nella figura, una cassa di 12 kg, inizialmente



ferma in cima a un piano privo di attrito e inclinato di 30 gradi rispetto al piano orizzontale, viene lasciata cadere. Se la cassa comprime la molla di 5.5 cm, si calcolino: a) di quanto la cassa si è spostata lungo il piano inclinato fino alla posizione dell'urto con la molla; b) con quale velocità la cassa urta la molla.

### PROBLEMA 2)

Una stella rotante collassa su se stessa. Se durante il collasso, il suo momento d'inerzia si riduce a un terzo del valore iniziale, quanto varrà il rapporto tra l'energia cinetica rotazionale finale e quella iniziale? Quali leggi di conservazione vigono nel sistema in esame? Si conserva l'energia totale? Quali altre forme di energia sono coinvolte nel processo oltre all'energia cinetica di rotazione?

### PROBLEMA 3)

Un oggetto viene pesato completamente immerso in tre fluidi distinti. Se in aria pesa 30 N, immerso nell'acqua 20 N e nel terzo fluido 24 N, si calcolino: a) il volume dell'oggetto; b) la densità del terzo fluido.

#### QUESITI

- 1) Cos'è il moto armonico? Si caratterizzino le sue proprietà fisiche e si faccia almeno un esempio di sistema fisico sottoposto a moto armonico.
- 2) Si dia la definizione di urto. Si distinguano i vari tipi di urti, facendo anche degli esempi. Quali leggi di conservazione vigono per ciascun tipo di urto?
- 3) Si dia la definizione di pressione. Si tratta di una grandezza scalare o vettoriale? Quali sono le sue unità di misura nel sistema internazionale? Come varia la pressione con la profondità all'interno di un fluido omogeneo?

#### SOLUZIONI DEI PROBLEMI

1) Dal valore di compressione della molla in presenza di una data forza è possibile, tramite la legge di Hooke, ricavare la costante elastica, che risulta essere una quantità con delle dimensioni specifiche

$$F = k\Delta x, \quad (1)$$

per cui  $k = F/\Delta x = 270/0.02 \text{ N/m} = 13500 \text{ N/m}$ . Per calcolare di quanto la cassa si è spostata lungo il piano inclinato, è possibile considerare la conservazione dell'energia. In cima al piano si ha solo energia potenziale gravitazionale, lungo il piano questa si converte in energia cinetica della cassa, per poi convertirsi completamente in compressione della molla. Eguagliando l'energia iniziale a quella finale si ha:

$$mgh = \frac{1}{2}kx^2, \quad (2)$$

da cui, sapendo che  $h = l \sin \alpha$ , si ricava che

$$l = \frac{kx^2}{2mg \sin(\alpha)} = \frac{13500 \cdot 0.055^2}{2 \cdot 12 \cdot 9.8 \sin(30)} \text{ m} = 0.35 \text{ m}. \quad (3)$$

Per calcolare la velocità della cassa al momento dell'urto, occorre tener presente che la distanza  $l$  appena calcolata include già i 5.5 cm di compressione della molla. Pertanto, nell'applicare la conservazione dell'energia tra energia potenziale gravitazionale e energia cinetica, bisogna detrarre dal valore di  $l$  la compressione della molla. Pertanto si ha:

$$mg(l - x) \sin(\alpha) = \frac{1}{2}mv^2, \quad (4)$$

da cui si ricava che

$$v = \sqrt{\frac{2mg(l - x) \sin(\alpha)}{m}} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot (0.35 - 0.055) \sin(30)} \text{ m/s} = 1.7 \text{ m/s}. \quad (5)$$

2) Durante la compressione, la stella conserva il suo momento angolare  $L = I\omega$ . Eguagliando momento angolare iniziale e momento angolare finale e tenendo conto della riduzione di momento d'inerzia si ricava che anche la velocità angolare della stella varierà:

$$\omega_{\text{fin}} = \frac{I_{\text{in}}\omega_{\text{in}}}{I_{\text{fin}}} = 3 \omega_{\text{in}}. \quad (6)$$

Pertanto, l'energia cinetica rotazionale finale varrà

$$K_{\text{fin}} = \frac{1}{2}I_{\text{fin}}\omega_{\text{fin}}^2 = \frac{1}{2}\frac{I_{\text{in}}}{3}9\omega_{\text{in}}^2 = 3 K_{\text{in}}. \quad (7)$$

Ciò significa che il rapporto tra energia cinetica finale ed energia cinetica iniziale è pari a 3. Nel sistema in esame, supposto isolato, vigono la conservazione del momento angolare e quella dell'energia totale. Oltre all'energia cinetica di rotazione, che non si conserva, nel processo sono coinvolti il potenziale gravitazionale e l'energia termica.

3) Il peso in acqua dell'oggetto risulta inferiore a quello in aria per la spinta di Archimede:

$$P_{\text{ac}} = P_{\text{ar}} - \rho_{\text{ac}} \cdot Vg. \quad (8)$$

Nell'equazione, i pedici "ac" e "ar" si riferiscono rispettivamente ad acqua ed aria, mentre  $V$  è il volume dell'oggetto. Ricordando che la densità dell'acqua vale  $\rho_{\text{ac}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ , si ha che

$$V = \frac{(P_{\text{ar}} - P_{\text{ac}})}{\rho_{\text{ac}} \cdot g} = \frac{(30 - 20)}{1000 \cdot 9.8} \text{ m}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3. \quad (9)$$

Considerando ora la differenza di peso dell'oggetto in aria e nel terzo fluido, si può calcolare la densità del fluido stesso:

$$\rho_{\text{x}} = \frac{(P_{\text{ar}} - P_{\text{x}})}{V \cdot g} = \frac{(30 - 24)}{10^{-3} \cdot 9.8} \text{ kg/m}^3 = 612 \text{ kg/m}^3. \quad (10)$$