

# PROVA PARZIALE DEL 22 GIUGNO 2018

## modulo I

July 10, 2018

Si prega di svolgere nella maniera più chiara possibile il compito, di scrivere e risolvere le equazioni in gioco riportando tutti i passaggi e corredandoli di commenti. Riportare solo la formula finale o il risultato numerico corretto non verranno considerati sufficienti.

### PROBLEMA 1)

Un bambino che pesa 300 N scende da uno scivolo lungo 5 metri e inclinato di 20 gradi rispetto al terreno. Se il coefficiente di attrito dinamico vale 0.1, si calcoli quanta energia viene convertita in energia termica a causa dell'attrito. Se il bambino parte dall'alto con una velocità pari a 0.48 m/s, con quale velocità arriva in fondo allo scivolo?

### PROBLEMA 2)

Un disco ruota intorno ad un asse passante per il suo centro subendo un momento torcente variabile nel tempo secondo la seguente legge:  $\tau = (5 + 3t)$  N · m, con  $t$  misurato in secondi. Se per  $t = 1$  s il momento angolare del disco vale  $5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ , quanto vale passati 5 s? Quale sarà la sua velocità angolare per  $t = 1$  s e  $t = 6$  s se il momento d'inerzia del disco vale  $7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ?

### PROBLEMA 3)

Si consideri un tubo con una sezione di  $4 \text{ cm}^2$  in cui l'acqua scorre ad una velocità di 5 m/s. Il tubo scende di 10 m, mentre la sua sezione aumenta fino a diventare pari a  $8 \text{ cm}^2$ . Qual è la velocità dell'acqua all'uscita del tubo? Quanto vale la pressione in uscita se all'ingresso era pari a  $1.5 \cdot 10^5$  Pa?

### QUESITI

- 1) Qual è la differenza tra massa e peso di un corpo? Si diano le loro definizioni facendo emergere le differenze. Quali sono le loro unità di misura nel SI? Se la massa di un corpo dimezza cosa succede al suo peso?
- 2) Si dia la definizione di forza di attrito. Si esponga la differenza tra attrito statico e attrito dinamico. Nel moto di puro rotolamento quale tipo di

attrito è coinvolto? Perché?

3) Si enuncino le tre leggi di Keplero. Quale di queste leggi descrive la conservazione del momento angolare?

### SOLUZIONI DEI PROBLEMI

1) L'energia convertita in energia termica è pari al lavoro svolto dalla forza di attrito dinamico lungo lo scivolo. Pertanto:

$$E_{\text{th}} = L_{\text{att}} = F_{\text{att}} \cdot l = \mu_d F_N \cdot l, \quad (1)$$

dove  $F_N = mg \cdot \cos \alpha$  è la normale al piano inclinato costituito dallo scivolo. Sostituendo i valori numerici si ottiene

$$E_{\text{th}} = \mu_d mg \cdot \cos \alpha \cdot l = 0.1 \cdot 300 \cos 20 \cdot 5 \text{J} = 140.95 \text{J}. \quad (2)$$

Per il calcolo della velocità  $v_{\text{fin}}$  con cui il bambino arriva in fondo allo scivolo si può utilizzare la conservazione dell'energia totale. Pertanto:

$$mgh + \frac{1}{2}mv_{\text{in}}^2 = E_{\text{th}} + \frac{1}{2}mv_{\text{fin}}^2, \quad (3)$$

in cui  $h = l \sin \alpha$  e  $v_{\text{in}}$  è la velocità iniziale. Risolvendo l'equazione (3) per  $v_{\text{fin}}$  si ricava che:

$$v_{\text{fin}} = \sqrt{\frac{2(mgh + \frac{1}{2}mv_{\text{in}}^2 - E_{\text{th}})}{m}} = 4.95 \text{m/s}. \quad (4)$$

2) Dalla seconda legge di Newton per i moti di rotazione  $\tau = dL/dt$ , in cui  $L$  rappresenta il momento angolare del disco. Pertanto il momento angolare dopo 5 s si ricava integrando il momento torcente  $\tau$  tra 1 e 6 s:

$$L_{\text{fin}} = L_{\text{in}} + \int_1^6 5 + 3t = L_{\text{in}} + 5t + \frac{3}{2}t^2 = (5 + 30 - 5 + 54 - 1.5) \text{kg/s} \cdot \text{m}^2 = 82.5 \text{kg/s} \cdot \text{m}^2. \quad (5)$$

Ricordando il legame tra momento angolare e velocità angolare  $\omega$ , *i.e.*  $L = I\omega$ , si ha che la velocità iniziale risulta pari a  $\omega_{\text{in}} = L_{\text{in}}/I = 5/7 \text{rad/s} = 0.7 \text{rad/s}$ , mentre quella finale risulta essere  $\omega_{\text{fin}} = L_{\text{fin}}/I = 82.5/7 \text{rad/s} = 11.8 \text{rad/s}$ .

3) Per calcolare la velocità dell'acqua all'uscita del tubo basta applicare l'equazione di continuità  $A_1 v_1 = A_2 v_2$ , in cui  $A_j$  rappresenta la sezione iniziale o finale del tubo, mentre  $v_j$  la corrispondente velocità. Nel caso specifico si ottiene che:

$$v_2 = \frac{A_1 \cdot v_1}{A_2} = \frac{4 \cdot 5}{8} \text{m/s} = 2.5 \text{m/s}. \quad (6)$$

Per il calcolo della pressione in uscita dal tubo invece occorre applicare l'equazione di Bernoulli in forma completa:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2, \quad (7)$$

in cui  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  è la densità dell'acqua. Occorre notare che bisogna fissare il livello 0 del tubo dal momento che  $h_1$  è diversa da  $h_2$ . Imponendo ad esempio  $h_1 = 0 \text{ m}$  e  $h_2 = -10 \text{ m}$  si ha:

$$p_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1 - \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \rho g h_2 = 12500 + 0 + 1.5 \cdot 10^5 - 3,125 + 98000 \text{ Pa} = 2.6 \cdot 10^5 \text{ Pa}. \quad (8)$$