

PROVA PARZIALE DEL 15 GENNAIO 2019

modulo I

January 27, 2019

Si prega di svolgere nella maniera più chiara possibile il compito, di scrivere e risolvere le equazioni in gioco riportando tutti i passaggi e corredandoli di commenti. Riportare solo la formula finale o il risultato numerico corretto non verranno considerati sufficienti.

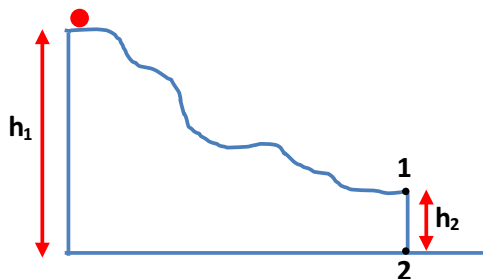
PROBLEMA 1)

Un proiettile viene sganciato ad una quota di 730 m dal suolo da un aereo che scende in picchiata a velocità costante con un angolo di 53 gradi rispetto alla direzione verticale. Il proiettile colpisce il terreno dopo 5 secondi. Si calcolino:

- La velocità dell'aereo al momento dello sgancio e le sue componenti orizzontale e verticale.
- Quale distanza orizzontale ha percorso il proiettile durante la caduta.
- Quali sono le componenti orizzontale e verticale della velocità del proiettile nell'istante in cui colpisce il terreno.

PROBLEMA 2)

Una biglia, partendo da ferma dalla sommità h_1 della pista mostrata in figura, rotola senza strisciare fino a cadere fuori dalla pista una volta giunta ad altezza h_2 . L'altezza di partenza è $h_1 = 6$ m, mentre quella di arrivo è



$h_2 = 2$ m. a) Se l'ultimo tratto di pista è orizzontale, con quale velocità la biglia lascerà la pista nel punto 1? b) A quale distanza orizzontale dal punto 2 in figura atterrerà? c) Dopo quanto tempo avverrà l'atterraggio? Lungo

la pista si assimili la biglia ad una sfera piena avente momento d'inerzia $I = 2/5mr^2$, mentre nel tratto fuori pista ad un corpo puntiforme. Si trascurino attrito e resistenza dell'aria.

PROBLEMA 3)

Se una bollicina di anidride carbonica, di raggio 0.5 mm, sale verticalmente in una bottiglia d'acqua con un'accelerazione di modulo 0.225 m/s^2 , che densità possiede? Quanto vale la sua massa? La densità dell'acqua vale 1000 kg/m^3 .

QUESITI

- 1) Si diano le definizioni di quantità di moto e di energia cinetica (sia a parole che con formule). Quale di queste grandezze è scalare? Quale vettoriale? Quali sono le unità di misura nel sistema internazionale? Si facciano degli esempi pratici in cui una sola o entrambe le quantità si conservano.
- 2) Sia il momento di una forza che il lavoro sono il prodotto di una forza per una distanza. Come mai allora sono grandezze fisiche diverse? Hanno le stesse unità di misura nel sistema internazionale? Si argomentino bene le risposte specificando di che tipi di prodotto si tratta e chiarendo in che situazione ciascuna quantità è massima o nulla.
- 3) Si enuncino le leggi di Keplero sia a parole che riportando le equazioni e definendo tutte le quantità coinvolte. Quale delle tre leggi predice la conservazione del momento angolare? Perché?

SOLUZIONI DEI PROBLEMI

1) Una volta sganciato dall'aereo, il proiettile si muove di moto parabolico. Dato che sono noti l'altezza iniziale y_0 , quella finale y e il tempo di volo t , dalla legge oraria

$$y = y_0 + v_{0y}t - 1/2gt^2 \quad (1)$$

è possibile ricavare la velocità iniziale del proiettile (che coincide anche con quella dell'aereo) lungo la direzione verticale, cioè

$$v_{0y} = \frac{(y - y_0) + 1/2gt^2}{t} = \frac{(0 - 730) + 1/2 \cdot 9.8 \cdot 5^2}{5} \text{ m/s} = -121.5 \text{ m/s}. \quad (2)$$

Il segno meno implica che tale componente è diretta nel verso negativo dell'asse y , come atteso. Da qui è possibile ricavare sia la componente iniziale della velocità del proiettile (e quindi dell'aereo) lungo l'asse x , nonché il modulo della velocità iniziale di proiettile ed aereo. Sfruttando le relazioni trigonometriche e tenendo conto del fatto che l'angolo di 53° è dato rispetto all'asse y si ha che:

$$v_{0x} = |v_{0y}| \cdot \tan(\alpha) = 121.5 \cdot \tan(53^\circ) \text{ m/s} = 161.3 \text{ m/s}, \quad (3)$$

e che

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{161.3^2 + (-121.5)^2} \text{ m/s} = 201.9 \text{ m/s}. \quad (4)$$

Nota la componente orizzontale della velocità, la distanza orizzontale percorsa dal proiettile durante la caduta è:

$$x = v_{0x}t = 161.3 \cdot 5\text{m} = 806.5\text{m}. \quad (5)$$

La componente orizzontale della velocità del proiettile $v_{0x} = 161.3 \text{ m/s}$ resta la stessa per tutta la durata del volo, mentre quella finale lungo l'asse y si può ricavare dall'incremento della velocità per il moto rettilineo uniformemente accelerato:

$$v_y = v_{0y} - gt = -121.5 - 9.8 \cdot 5\text{m/s} = -170.5\text{m/s}. \quad (6)$$

2) Nel primo tratto, la biglia si comporta come un corpo rigido che rotola senza strisciare. Applicando la conservazione dell'energia, nella posizione di partenza (cioè ad altezza h_1) la biglia possiede solo energia potenziale gravitazionale, mentre ad altezza h_2 possiede sia energia potenziale gravitazionale che energia cinetica, di traslazione e di rotazione. Pertanto, si ha che:

$$mgh_1 = mgh_2 + 1/2mv^2 + 1/2I\omega^2. \quad (7)$$

Sapendo che il momento d'inerzia della biglia vale $I = 2/5mr^2$ e che $\omega = v/r$, risolvendo l'Eq. (7) per v , si ha:

$$v = \sqrt{\frac{10 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}{7}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 9.8 \cdot (6 - 2)}{7}}\text{m/s} = 7.48\text{m/s}. \quad (8)$$

Nel secondo tratto, la biglia viene trattata come un corpo puntiforme. Durante la caduta a terra ($y = 0$), si muove di moto parabolico. Dato che l'ultimo tratto di pista ad altezza h_2 è orizzontale, la velocità v con cui la biglia lascia la pista ha solo componente orizzontale, per cui $v = v_{0x}$. Con queste ipotesi, le leggi del moto parabolico lungo i due assi diventano:

$$x = v_{0x} \cdot t = v \cdot t \quad (9)$$

$$0 = h_2 - 1/2gt^2. \quad (10)$$

Dalla seconda è possibile ricavare immediatamente il tempo di volo, $t = \sqrt{2h_2/g} = \sqrt{2 \cdot 2/9.8} \text{ s} = 0.64 \text{ s}$. Sostituendo il tempo nella prima equazione, si trova che $x = 7.48 \cdot 0.64 \text{ m} = 4.79 \text{ m}$.

3) In questo caso, il sistema non è in equilibrio. Infatti, la bollicina di anidride carbonica è sottoposta ad un'accelerazione a diretta verso l'alto. Considerando che le forze agenti sul sistema sono la forza gravitazionale F_g diretta verso il basso e la spinta di Archimede F_A diretta verso l'alto, la seconda legge di Newton diventa:

$$m_b a = -F_g + F_A = -m_b g + m_{H_2O} g, \quad (11)$$

in cui m_b è la massa della bollicina e m_{H_2O} quella del fluido spostato. In termini di densità, l'Eq. (11) diventa:

$$\rho_b V a = -\rho_b V g + \rho_{H_2O} V g. \quad (12)$$

Eliminando V e risolvendo per ρ_b si ottiene:

$$\rho_b = \frac{\rho_{H_2O} g}{a + g} = \frac{1000 \cdot 9.8}{0.225 + 9.8} \text{kg/m}^3 = 977.5 \text{kg/m}^3. \quad (13)$$

Infine, la massa della bollicina si ricava dalla definizione:

$$m_b = \rho_b V = \rho_b \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi r^3 = 977.5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi (5 \cdot 10^{-4})^3 \text{kg} = 5.1 \cdot 10^{-7} \text{kg}. \quad (14)$$