

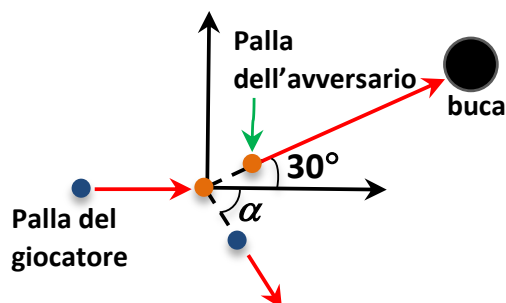
## PROVA PARZIALE DEL 13 GIUGNO 2019

June 19, 2019

Si prega di svolgere nella maniera più chiara possibile il compito, di scrivere e risolvere le equazioni in gioco riportando tutti i passaggi e corredandoli di commenti. Riportare solo la formula finale o il risultato numerico corretto non verranno considerati sufficienti.

### PROBLEMA 1)

Durante una partita a biliardo, un giocatore vuole mandare la palla dell'avversario nella buca destra (vedi figura). Se l'angolo tra la direzione di moto della palla del giocatore e la linea che congiunge la palla dell'avversario e la buca è di 30 gradi, di quale angolo  $\alpha$  viene deflessa la palla del giocatore? Si assuma che l'urto sia perfettamente elastico. Si trascurino gli attriti ed il moto di rotazione della palla. Le palle hanno la stessa massa.



### PROBLEMA 2)

Un blocco di massa 3.57 kg viene tirato a velocità costante tramite una fune che forma un angolo di 15 gradi rispetto al piano orizzontale. La forza applicata dalla fune sul blocco è pari a 7.68 N. Se il blocco viene tirato per una lunghezza di 4.06 m sul piano orizzontale, si determinino:

- il lavoro svolto dalla fune;
- l'aumento di energia termica del sistema blocco-piano;
- il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco e il piano.

### PROBLEMA 3)

Un cubo di legno galleggia in acqua con i due terzi del suo volume sommersi. In un altro liquido galleggia con l'85% del suo volume sommerso. Si calcolino le densità del legno e del liquido ignoto, sapendo che quella dell'acqua è

di  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

### QUESITI

1) Si dia la definizione di forza centripeta. Può la forza d'attrito essere considerata una forza centripeta? E la forza peso? Si motivi la risposta con esempi pratici.

2) Che cos'è il momento d'inerzia di un corpo esteso? Nel caso si tratti di un corpo umano, come si può aumentare il suo momento d'inerzia? Come diminuirlo? Quali sono le unità di misura del momento d'inerzia nel sistema internazionale? Si tratta di una grandezza scalare o vettoriale?

3) Si enunci la legge di gravitazione universale. La forza gravitazionale è sempre attrattiva? È una forza conservativa?

### SOLUZIONI DEI PROBLEMI

1) Se l'urto è completamente elastico, si conservano quantità di moto ed energia cinetica. Dato che il moto avviene nel piano, occorre però notare che la quantità di moto va scomposta lungo gli assi  $x$  e  $y$ . Pertanto, le equazioni da considerare sono:

$$mv_{1i} = mv_{1f} \cos \alpha + mv_{2f} \cos(30^\circ) \quad (1)$$

$$0 = mv_{1f} \sin \alpha - mv_{2f} \sin(30^\circ) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}mv_{1i}^2 = \frac{1}{2}mv_{1f}^2 + \frac{1}{2}mv_{2f}^2 \quad (3)$$

Semplificando le masse e facendo il quadrato dell'Eq. (1), si può eguagliare la parte destra della stessa equazione con il membro destro dell'Eq. (3), vale a dire:

$$\frac{3}{4}v_{2f}^2 + v_{1f}^2 \cos^2 \alpha + 2v_{1f}v_{2f} \cos \alpha \frac{\sqrt{3}}{2} = v_{1f}^2 + v_{2f}^2, \quad (4)$$

in cui si è esplicitato  $\cos(30^\circ) = \sqrt{3}/2$ . Ricavando  $v_{2f}$  dall'Eq. (2) e sapendo che  $\sin(30^\circ) = 1/2$ , si ha che  $v_{2f} = 2v_{1f} \sin \alpha$ . Sostituendo l'espressione per  $v_{2f}$  nell'Eq. (4), si ha:

$$4 \cdot \frac{3}{4}v_{1f}^2 \sin^2 \alpha + v_{1f}^2 \cos^2 \alpha + \sqrt{3} \cdot 2v_{1f}^2 \cos \alpha \sin \alpha = v_{1f}^2 + 4v_{1f}^2 \sin^2 \alpha \quad (5)$$

Nell'ipotesi che  $v_{1f}$  sia diversa da zero, l'equazione si riduce a dipendere solo dall'incognita  $\alpha$ . Riarrangiandola si ottiene:

$$-2 \sin^2 \alpha + 2\sqrt{3} \sin \alpha \cos \alpha = 0 \quad (6)$$

Scartando la soluzione  $\sin \alpha = 0$  in quanto la palla del giocatore non continua lungo la direzione iniziale, si ricava che

$$-\sin \alpha + \sqrt{3} \cos \alpha = 0 \quad (7)$$

da cui  $\alpha = 60^\circ$ .

2) Il lavoro svolto dalla fune è pari al prodotto scalare tra la forza applicata dalla fune e lo spostamento

$$L = F \cdot s = F s \cos 15^\circ = 7.68 \cdot 4.06 \cdot \cos 15^\circ \text{J} = 30.12 \text{J}. \quad (8)$$

Dato che il blocco si muove a velocità costante, la risultante delle forze agenti sul blocco lungo il piano è nulla. La forza che controbilancia la componente di  $F$  lungo il piano ( $F \cos 15^\circ$ ) è la forza di attrito dinamico, che ha quindi uguale modulo. Il lavoro svolto da tale forza coincide con la variazione di energia termica del sistema blocco/piano. Pertanto, si ha che

$$\Delta E_{\text{th}} = L_{\text{att}} = L = 30.12 \text{J}. \quad (9)$$

La forza di attrito dinamico è definita come  $F_{\text{att}} = \mu_k \cdot F_N$ , dove  $\mu_k$  è il coefficiente di attrito dinamico e  $F_N$  la normale al piano. Per il calcolo di  $F_N$ , occorre scrivere la seconda legge di Newton lungo la direzione perpendicolare al piano:

$$F_N + F \sin 15^\circ - mg = 0. \quad (10)$$

Pertanto  $\mu_k$  si può ricavare come:

$$\mu_k = \frac{F_{\text{att}}}{mg - F \sin 15^\circ} = \frac{7.68 \cdot \cos 15^\circ}{3.57 \cdot 9.8 - 7.68 \cdot \sin 15^\circ} = 0.225. \quad (11)$$

3) Applicando la condizione di equilibrio tra le forze agenti sul cubo di legno nel caso di galleggiamento in acqua si ha che:

$$mg = F_A, \quad (12)$$

dove  $m$  è la massa del cubo e  $F_A$  la spinta di Archimede dovuta all'acqua. Usando la relazione che lega massa e densità ( $\rho = m/V$ ), l'Eq. (12) si può riscrivere come

$$\rho_{\text{legno}} V g = \rho_{\text{acqua}} \frac{2}{3} V g. \quad (13)$$

Semplificando  $V$  e risolvendo per  $\rho_{\text{legno}}$  si ottiene

$$\rho_{\text{legno}} = \rho_{\text{acqua}} \frac{2}{3} = 1000 \frac{2}{3} \text{kg/m}^3 = 666.7 \text{kg/m}^3. \quad (14)$$

Impostando in maniera analoga il problema nel caso di galleggiamento in liquido sconosciuto, si ha che:

$$\rho_{\text{legno}} V g = \rho_{\text{liq}} 0.85 V g, \quad (15)$$

da cui

$$\rho_{\text{liq}} = \frac{\rho_{\text{legno}}}{0.85} = \frac{666.7}{0.85} \text{kg/m}^3 = 784.3 \text{kg/m}^3. \quad (16)$$