

PROVA PARZIALE DEL 3 LUGLIO 2019

July 8, 2019

Si prega di svolgere nella maniera più chiara possibile il compito, di scrivere e risolvere le equazioni in gioco riportando tutti i passaggi e corredandoli di commenti. Riportare solo la formula finale o il risultato numerico corretto non verranno considerati sufficienti.

PROBLEMA 1)

Due sfere, sospese verticalmente a due cavi paralleli, sono inizialmente a contatto tra loro. La sfera 1, di massa $m_1 = 50$ g, viene tirata verso sinistra fino ad un'altezza $h_1 = 9$ cm per poi essere rilasciata. Tornando verso la posizione iniziale, la sfera 1 urta elasticamente la sfera 2, di massa $m_2 = 85$ g. Quali velocità acquistano le due sfere subito dopo l'urto? Quali altezze raggiungono?

PROBLEMA 2)

Una giostra rotante sul suo asse centrale sta rallentando per effetto dell'attrito sui suoi cuscinetti. Dopo il primo minuto di rallentamento, la velocità angolare della giostra è pari a 0.9 volte quella iniziale. Nell'ipotesi che quest'ultima sia uguale a 250 giri/min e che le forze di attrito siano costanti, si calcoli il valore dell'accelerazione angolare. Quanto vale la velocità angolare dopo 2 minuti? La si esprima sia in giri/min che in rad/s.

PROBLEMA 3)

Un tubo orizzontale trasporta acqua per poi liberarla in atmosfera a una velocità di 15 m/s. Nell'ipotesi che il tubo abbia un diametro in ingresso di 5 cm e in uscita di 3 cm, qual è il volume d'acqua liberato in atmosfera in 10 minuti? Quanto vale la velocità dell'acqua nella parte più larga del tubo? Quanto vale la pressione dell'acqua in questa parte? La si esprima sia in valore assoluto che come differenza rispetto alla pressione atmosferica.

QUESITI

1) Si dia la definizione di moto parabolico. In particolare si definiscano le leggi del moto. Cos'è la gittata nel moto parabolico? Quando ha senso calcolarla? Per che angolo la gittata è massima nell'ipotesi di trascurare gli attriti?

2) Che cos'è il momento angolare di un corpo puntiforme? E quello di un corpo rigido? Si tratta di una grandezza scalare o vettoriale? Qual è la sua unità di misura nel sistema internazionale? Quando il momento angolare di un corpo si conserva?

3) Si supponga di voler raddoppiare la distanza di un asteroide dal Sole. Se il suo periodo attuale di rivoluzione intorno al Sole è di 600 giorni, quanto diventerà alla nuova distanza? Si motivi per bene la risposta.

SOLUZIONI DEI PROBLEMI

1) La sfera 1, cadendo da un'altezza $h_1 = 9$ cm, acquista una velocità v_{1i} ricavabile dalla conservazione dell'energia:

$$m_1gh_1 = \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2. \quad (1)$$

Si ottiene pertanto che $v_{1i} = \sqrt{2gh_1} = 1.33$ m/s.

Dato che poi la sfera 1 urta elasticamente la 2, si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica del sistema:

$$m_1v_{1i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2. \quad (3)$$

Risolvendo le 2 equazioni, si ottiene che

$$v_{2f} = \frac{2m_1v_{1f}}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 0.05 \cdot 1.33}{0.05 + 0.085} \text{ m/s} = 0.98 \text{ m/s} \quad (4)$$

$$v_{1f} = v_{1i} - \frac{m_2}{m_1}v_{2f} = 1.33 - \frac{0.085}{0.05}0.98 \text{ m/s} = -0.34 \text{ m/s}. \quad (5)$$

Per il calcolo delle altezze raggiunte dalle due sfere dopo l'urto, basta applicare nuovamente la conservazione dell'energia:

$$m_1gh_{1f} = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 \quad (6)$$

$$m_2gh_{2f} = \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2, \quad (7)$$

da cui si ricava che

$$h_{1f} = \frac{v_{1f}^2}{2g} = \frac{(-0.34)^2}{2 \cdot 9.8} \text{ m} = 0.006 \text{ m} = 0.6 \text{ cm}, \quad (8)$$

$$h_{2f} = \frac{v_{2f}^2}{2g} = \frac{(0.98)^2}{2 \cdot 9.8} \text{ m} = 0.049 \text{ m} = 4.9 \text{ cm}. \quad (9)$$

2) Dato che le forze in gioco sono costanti, lo è anche l'accelerazione. Trattasi quindi di un problema in cui il moto è uniformemente decelerato. Nota la velocità angolare iniziale e quella dopo un minuto, è possibile ricavare l'accelerazione angolare come

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t} = \frac{0.9\omega_i - \omega_i}{\Delta t} = \frac{-0.1\omega_i}{\Delta t} = \frac{-0.1 \cdot 250}{1} \text{giri/min}^2 = -25 \text{giri/min}^2 \quad (10)$$

Tale valore può essere alternativamente espresso in rad/s^2 . Infatti, $\alpha = -25 \text{giri/min}^2 = -25 \cdot (2\pi)/(3600) \text{rad/s}^2 = 0.04 \text{rad/s}^2$.

Infine, la velocità angolare dopo 2 minuti è data da:

$$\omega_2 = \omega_i + \alpha \Delta t_2 = (250 - 25 \cdot 2) \text{giri/min} = 200 \text{giri/min} = 200 \frac{2\pi}{60} \text{rad/s} = 20.93 \text{rad/s}. \quad (11)$$

3) Il volume d'acqua liberato in atmosfera in 10 minuti è dato da

$$V = A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t = \pi \left(\frac{d_2}{2} \right)^2 \cdot v_2 \cdot \Delta t = \pi \left(\frac{0.03}{2} \right)^2 \cdot 15 \cdot (10 \cdot 60) \text{m}^3 = 6.4 \text{m}^3. \quad (12)$$

Per il calcolo della velocità nella parte più larga del tubo, basta applicare l'equazione di continuità:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2, \quad (13)$$

da cui:

$$v_1 = \frac{A_2 \cdot v_2}{A_1} = \frac{\pi (d_2/2)^2 \cdot v_2}{\pi (d_1/2)^2} = \frac{d_2^2 \cdot v_2}{d_1^2} = \frac{0.03^2 \cdot 15}{0.05^2} \text{m/s} = 5.4 \text{m/s} \quad (14)$$

Infine, applicando l'equazione di Bernoulli, si può ricavare la pressione p_1 nella parte più larga del tubo, nota quella nella parte stretta, che è la pressione atmosferica:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2. \quad (15)$$

Risolvendo per p_1 si ottiene:

$$p_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = 101325 + \frac{1}{2} 1000 (15^2 - 5.4^2) \text{Pa} = 199245 \text{Pa}. \quad (16)$$

Relativamente alla pressione atmosferica, essa vale $p_1 - p_2 = 199245 - 101325 \text{Pa} = 97920 \text{Pa}$.